

Mecanismos Mecatrônicos

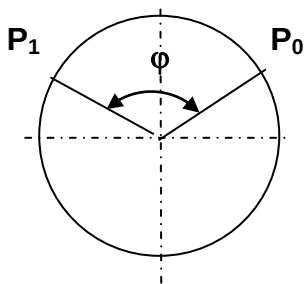
(Elementos de Máquinas)

Revisão – 1ª aula

Movimento circular Uniforme

1. Definição: quando um corpo descreve uma trajetória circular com velocidade constante.

A posição do corpo pode ser dada pelo comprimento do arco descrito ou pelo ângulo ϕ dado em *radianos*.



1.1 Comprimento do arco - ΔS [m, mm]

$$\Delta S = \Delta \phi \cdot r$$

onde:

ΔS - comprimento do arco [m]

$\Delta \phi$ - deslocamento angular [rad]

r - raio [m]

Temos:

$$\Delta \phi = 2 \cdot \pi \Rightarrow \Delta S = \Delta \phi \cdot r \Rightarrow \Delta S = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow \Delta S = \pi \cdot d \text{ (comprimento da circunferência).}$$

1.2 Velocidade angular média ω - [rad / s]

É a razão entre o deslocamento angular e o intervalo de tempo gasto para esse deslocamento.

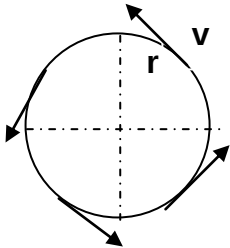
$$\omega = \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

[rad / s]

1.3 Velocidade tangencial - v [m / s] ; [m / min]

É a razão entre o comprimento do arco percorrido e o intervalo de tempo gasto para esse deslocamento.

A velocidade do móvel varia apenas de direção, mas conserva o módulo constante.



$$\text{Temos } \Delta V = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$\text{Para uma volta completa, vem: } \Delta V = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{\Delta t} = \frac{\pi \cdot d}{\Delta t}$$

Considerando n voltas por **minuto**, temos:

$$v = \pi \cdot d \cdot n \text{ [m / min]}$$

Sabe-se ainda que :

$$\Delta V = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta \varphi \cdot r}{\Delta t} \quad \therefore \quad v = \omega \cdot r \quad \text{[m/s]}$$

1.4 Período - T [s]

É o intervalo de tempo gasto para o ponto descrever uma volta completa.

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v} \quad \text{ou} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ [s]}$$

1.5 Frequência - f [Hz] ou (rotações por segundo)

É o número de voltas efetuadas pelo móvel, no intervalo de 1 segundo , portanto, o inverso do período.

$$f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \quad \text{ou} \quad f = \frac{v}{2 \cdot \pi \cdot r} \quad \therefore \quad f = \frac{1}{T} \text{ [s}^{-1}\text{]} \quad \text{ou} \quad \text{[Hz]}$$

1.6 Rotações por minuto - n [rpm]

É o número de frequência que o ponto material descreve no intervalo de 1 minuto .

$$n = 60 \cdot f \text{ [rpm]}$$

2ª aula

EXERCÍCIOS

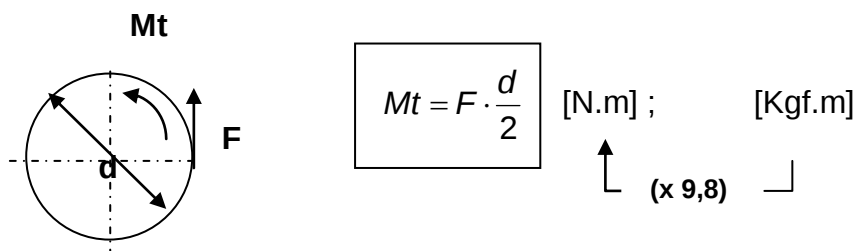
1. O eixo de uma transmissão gira com uma velocidade angular de 5 rad/s. Determinar:
 - A frequência do eixo;
 - O período;
 - A rotação.
2. A polia motora de um sistema de transmissão possui diâmetro de 180mm e gira com uma frequência de 15Hz. Determinar:
 - A velocidade angular;
 - A velocidade periférica ou tangencial;
 - A rotação.
3. O eixo de um motor elétrico possui frequência de 32 Hz. Pede-se:
 - A rotação por minuto;
 - A velocidade angular.

3ª aula

2. Transmissão de potência para sistemas rotativos

2.1 Torque – Mt

É definido pelo produto entre a força e a distância, sendo a distância tomada perpendicularmente à linha de ação da força, passando pelo ponto de aplicação da carga.



2.2 Potência - P

É definida pelo produto da força pela velocidade.

$$P = F \cdot v$$

[N . m/s] ; [W] ; [Kgf . m/s] ; [CV]

= $\uparrow$ $\div 9,8$ $\uparrow$ $\div 75$ $\uparrow$ $\div 427 \rightarrow$ kcal / s

$$[\text{Kgf} \cdot \text{m/s}] \Rightarrow [\text{Kw}] \quad (\div 102)$$

$$[\text{Kw}] \Rightarrow [\text{C.v.}] \quad (\times 1,36)$$

tem-se que $P = F \cdot v$ $\therefore$ $P = F \cdot \frac{\omega}{r}$ sendo $F = \frac{Mt}{r}$ logo,

$$\frac{Mt}{r} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot r}{60} \Rightarrow N = Mt \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \text{ [Kgf.m/s]}$$

$$Mt = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P}{n} \Rightarrow Mt = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{P}{n} \text{ [N.m]} \quad (*) \text{ obrigatoriamente } N \text{ em [CV]}$$

O torque ainda poderá ser calculado através das seguintes fórmulas:

$$Mt = F \cdot \frac{d}{2} \Rightarrow \frac{N \cdot d}{2 \cdot v} \Rightarrow \frac{9,55 \cdot N}{n} \quad \text{sendo } 9,55 = \frac{60}{2 \cdot \pi}$$

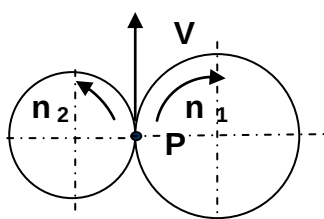
4ª aula

Modificação dos parâmetros da potência

Os sistemas de transmissão de movimentos, modificam os parâmetros da potência através da rotação ou torque.

3.1 Relação de transmissão - i

É definida pela razão entre rotação do elemento motor e o elemento movido.



No ponto **P**, temos : $v_1 = v_2$

mas $v_1 = \frac{\pi \cdot d_1 \cdot n_1}{60}$ e $v_2 = \frac{\pi \cdot d_2 \cdot n_2}{60}$

portanto, $\frac{\pi \cdot d_1 \cdot n_1}{60} = \frac{\pi \cdot d_2 \cdot n_2}{60} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} = i$

Em um sistema de transmissão por engrenagens, todos os cálculos se baseiam em uma circunferência teórica denominada *circunferência primitiva*, cujo diâmetro - *diâmetro primitivo* - d_p é definido por:



$$d_p = m \cdot z$$

sendo m – módulo da engrenagem e z – número de dentes.

Considerando que um par engrenado deva, obrigatoriamente, possuir o mesmo módulo, a relação de transmissão será dada por

$$\frac{d_{p2}}{d_{p1}} = \frac{m \cdot z_2}{m \cdot z_1}$$

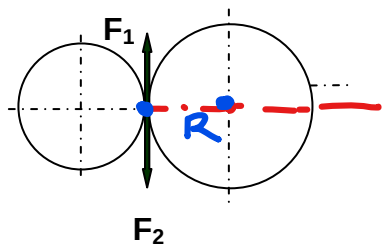
logo

$$i = \frac{z_2}{z_1}$$

z_2 – engrenagem *movida*

z_1 – engrenagem *motora*

A relação de transmissão pode ser dada ainda em relação aos momentos “torçores”.



F_1 - força de ação ; F_2 - força de reação, logo:

$$M_{t1} = F_1 \cdot R_1 \quad \text{e} \quad M_{t2} = F_2 \cdot R_2, \quad \text{como } F_1 = F_2,$$

$$F_1 = \frac{M_{t1}}{R_1}$$

$$M_{t2} / M_{t1} = d_2 / d_1 = i$$

$$F_1 = F_2$$

$$\frac{M_{t1}}{R_1} = \frac{M_{t2}}{R_2}$$

$$\frac{M_{t2}}{M_{t1}} = \frac{R_2}{R_1} = i$$

$$\frac{M_{t2}}{M_{t1}} = \frac{m \cdot z_2}{m \cdot z_1} \Rightarrow$$

$$\frac{M_{t2}}{M_{t1}} = \frac{z_2}{z_1}$$

Na transmissão de movimentos, a relação de transmissão pode ter caráter *reductor*, *amplificador* ou *transmissão direta*

$$i > 1$$

redução $\Rightarrow$

$$n_1 > n_2$$

ou

$$z_2 > z_1$$

ou

$$d_2 > d_1$$

$$i < 1$$

ampliação $\Rightarrow$

$$n_1 < n_2$$

ou

$$z_2 < z_1$$

ou

$$d_2 < d_1$$

$$i = 1$$

direta $\Rightarrow$

$$n_1 = n_2$$

ou

$$z_2 = z_1$$

ou

$$d_2 = d_1$$

índice 1 – motora

índice 2 - movida

TRANSMISSÕES

Existem várias formas de se transmitir a potência de um motor a uma determinada máquina.

Como **tipos de sistemas de transmissão**, temos:

- **por atrito** : através de contato direto – rodas de aderência, por meio flexível – correias.
- **por dentes** : através do contato direto – engrenagens, por meio flexível – correntes.

Os tipos a serem adotados, são função das características exigidas pelo projeto.

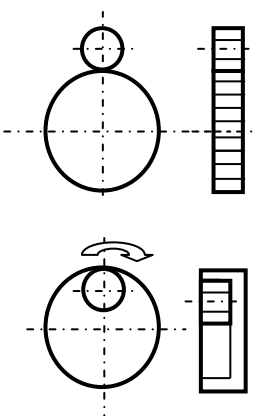
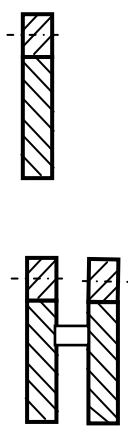
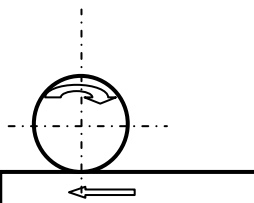
TRANSMISSÃO POR RODAS DENTADAS (ENGRENAGENS)

1. Tipos de transmissões engrenadas

1.1 Engrenagens eixos paralelos

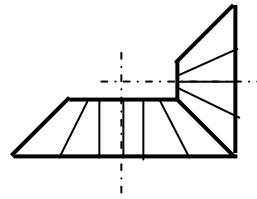
- Cilíndricas dentes retos (a)
- Cilíndricas dentes helicoidais (b)
- Cremalheira (c)

(a) (b) (c)

		
Engrenamento externo Engrenamento interno	Espinha de peixe	cremalheira

1.2 Engrenagens com eixos concorrentes

- Cônicas de dentes retos
- Cônicas de dentes inclinados
- Cônicas de dentes espiralados



1.3 Engrenagens com eixos reversos

- Cilíndricas de dentes helicoidais
- Hiperbolóidicas (dentes hipoidais)
- Corôa e sem-fim.

2. **Vantagens e desvantagens**

a. Engrenagens cilíndricas de dentes retos

Fácil construção e controle;

$$i_{\text{máx}} = 8$$

$$N_{\text{máx}} \text{ até } 25.000 \text{ CV}$$

$$\theta \text{ até } 200 \text{ m/s}$$

$$\eta - 95 \text{ a } 99 \%$$

b. Cilíndricas de dentes helicoidais

Mais resistentes e silenciosas que as engrenagens de dentes retos, porém, com menor rendimento.

Inconveniente: apresentam forças axiais, devido à inclinação dos dentes, podendo ser suprimidas, utilizando-se engrenagens espinhas de peixe.

Observação: as engrenagens cilíndricas com dentes helicoidais são usadas em transmissão com eixos reversos, apenas para baixas potências e baixos torques.

c. Cremalheira

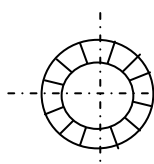
É utilizada quando se deseja transformar movimentos de rotação em movimentos de translação

Pode ser considerada como engrenagem de diâmetro infinito.

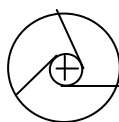
d. Engrenagens cônicas

$$i_{\text{máx}} = 6$$

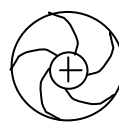
η - compatível às engrenagens cilíndricas



Dentes retos



dentes inclinados



dentes espiralados

d. Engrenagens hiperbolóidicas

São mais resistentes que as cônicas, porém, de uso restrito.

e. Corôa e sem-fim

$$i_{\text{máx}} = 100$$

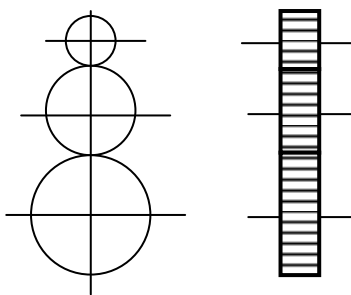
$$N_{\text{máx}} \text{ até } 1.000 \text{ CV}$$

$$\eta - 45 \text{ a } 95 \%$$

Transmissão em **eixos reversos**

3. Em um **sistema de transmissão por engrenagens**, a cadeia cinemática denominada trem de engrenagens, pode ter as seguintes montagens:

3.1 Trem simples – quando em cada eixo existe apenas uma engrenagem, sendo fixos os apoios dos eixos.



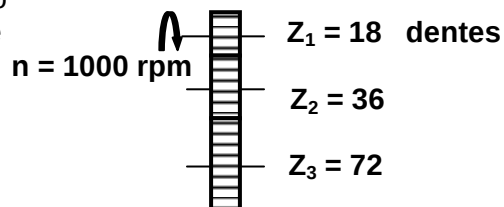
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d_2}{d_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \\ \frac{d_3}{d_2} = \frac{\omega_2}{\omega_3} \end{array} \right. \Rightarrow \omega_2 = \frac{d_1 \cdot \omega_1}{d_2}$$

substituindo, temos

$$\frac{\cancel{d_1} \cdot \omega_1}{\omega_3} = \frac{d_3}{\cancel{d_2}} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{d_3}{d_1}$$

Observa-se pela fórmula que a *relação de transmissão entre as engrenagens 1 e 3, independem da engrenagem intermediária*, cuja finalidade será apenas a de modificar o sentido de rotação, sem qualquer influência sobre o diâmetro da engrenagem 3.

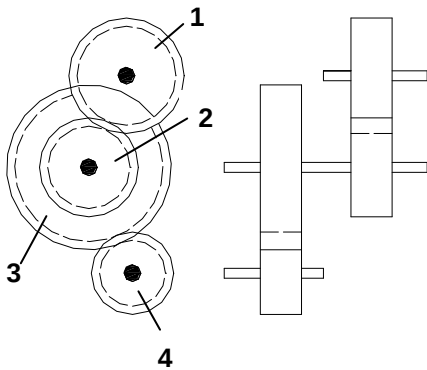
Exercício: a) determinar para o esquema cinemático ao lado, as relações de transmissão e as rotações dos eixos I, II e III.



b) Adotando $Z_1 = 20$ dentes,
 $Z_2 = 25$ dentes
 $Z_3 = 80$ dentes

Análise os resultados obtidos.

3.2 Trem composto – quando existe um ou mais eixos com duas ou mais engrenagens, sendo fixos os apoios dos eixos.

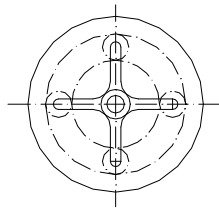


As engrenagens montadas no mesmo eixo, possuem a *mesma velocidade angular*.

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

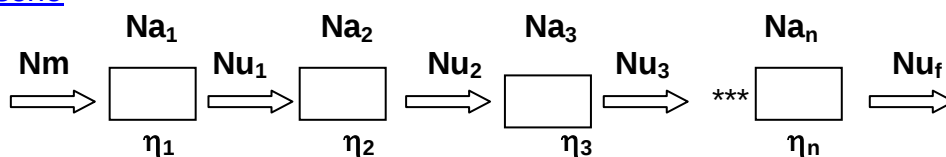
$$\frac{\omega_3}{\omega_4} = \frac{z_4}{z_3}$$

3.3 Trem epicicloidal – difere dos trens de engrenagens já vistos pelo fato de terem árvores ou eixos de certas engrenagens carregados por um braço ou chassi móvel (porta- satélites).



4 . As transmissões podem ser

4.1 Em série



Nm – potência fornecida (motor)

Na – potência dissipada por calor, atrito, etc..

Nu – potência útil

η - rendimento

$$\eta_t = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \dots$$

logo

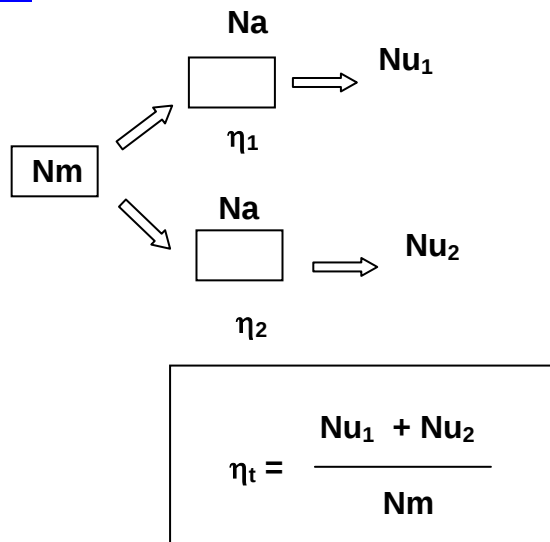
$$\eta_t = \frac{N_{uf}}{N_m}$$

Em transmissões em série, temos

$$i_t = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 \cdot i_4 \cdot \dots$$

onde i_t - relação de transmissão total
 $i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$, relações parciais

4.2 Em paralelo



5. Rendimento dos diferentes tipos de transmissão

TIPO DE TRANSMISSÃO	RENDIMENTO
Correias	$0,96 \leq \eta_c \leq 0,98$
Correntes	$0,97 \leq \eta_{cr} \leq 0,98$
Rodas de atrito	$0,95 \leq \eta_{ra} \leq 0,98$
Engrenagens Cilíndricas	$0,96 \leq \eta_e \leq 0,99$
Parafuso sem-fim	$0,45 \leq \eta_{psf} \leq 0,97$
Mancais (par)	$0,96 \leq \eta_m \leq 0,99$



Mecanismos Mecatrônicos

Aula 07- 22_06_2020 – Transmissão por engrenagens e rendimento nas transmissões

Profª Me Meire Yokota

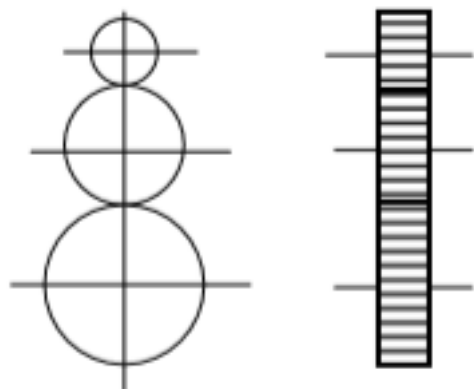


Plano de Aula

- Leitura da Apostila: Mecanismos Mecatrônicos, p. 6 a 8.
- As Anotações e exercícios resolvidos será disponibilizado após a aula na aba => Arquivos

3. Em um **sistema de transmissão por engrenagens**, a cadeia cinemática denominada trem de engrenagens, pode ter as seguintes montagens:

3.1 Trem simples – quando em cada eixo existe apenas uma engrenagem, sendo fixos os apoios dos eixos.

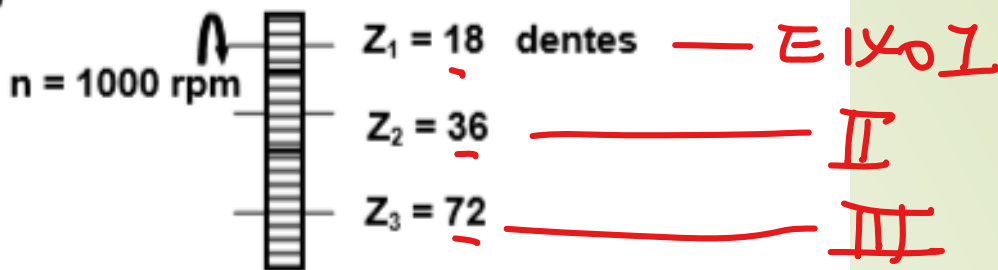


$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d_2}{d_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \Rightarrow \omega_2 = \frac{d_1 \cdot \omega_1}{d_2} \\ \frac{d_3}{d_2} = \frac{\omega_2}{\omega_3} \end{array} \right. \text{ substituindo, temos}$$
$$\frac{\cancel{d_1} \cdot \omega_1}{\omega_3} = \frac{d_3}{\cancel{d_2}} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{d_3}{d_1}$$

Observa-se pela fórmula que a relação de transmissão entre as engrenagens 1 e 3, independem da engrenagem intermediária, cuja finalidade será apenas a de modificar o sentido de rotação, sem qualquer influência sobre o diâmetro da engrenagem 3.

Exercício: a) determinar para o esquema cinemático ao lado, as relações de transmissão e as rotações dos eixos I, II e III.

Situação I.



b) Adotando $Z_1 = 20$ dentes,
 $Z_2 = 25$ dentes
 $Z_3 = 80$ dentes

Analise os resultados obtidos.

Situação I

$$n = 1000 \text{ rpm}$$

$$Z_1 = 18 \text{ dentes}$$

$$Z_2 = 36 \text{ dentes}$$

$$Z_3 = 72 \text{ dentes}$$

$$V_1 = V_2$$

$$\frac{\pi \cdot d_1 \cdot n_1}{60} = \frac{\pi \cdot d_2 \cdot n_2}{60}$$

$$d_1 \cdot n_1 = d_2 \cdot n_2$$

$$V = \frac{\pi \cdot d_p \cdot n}{60}$$

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\frac{m \cdot Z_2}{m \cdot Z_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

Engrenagem

$$Z - m - dp$$

$$dp = m \cdot Z$$

$$n_1 = 1000 \text{ rpm}$$

$$n_2 = 500 \text{ rpm}$$

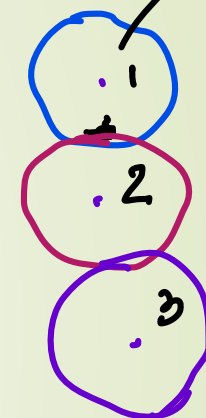
$$n_3 = 250 \text{ rpm}$$

Eixo I

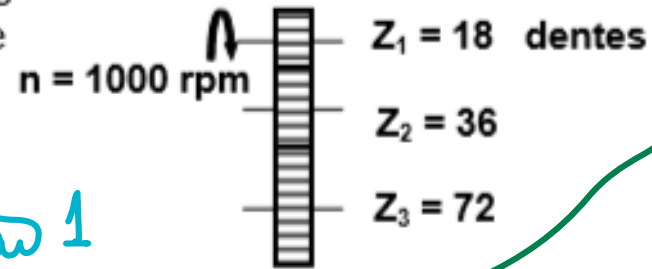
Eixo II

Eixo III

Rot. motor
 ↓
 mov.



Exercício: a) determinar para o esquema cinemático ao lado, as relações de transmissão e as rotações dos eixos I, II e III.



$n_{\text{motor}} = 1000 \text{ rpm}$

b) Adotando $Z_1 = 20 \text{ dentes}$,
 $Z_2 = 25 \text{ dentes}$,
 $Z_3 = 80 \text{ dentes}$

Situação 2

Analise os resultados obtidos.

Situação 1

$n_3 = ?$

$$n_3 = n_2 \cdot \frac{Z_2}{Z_3}$$

$$n_2 = n_1 \cdot \frac{Z_1}{Z_2}$$

$$n_2 = 1000 \cdot \frac{18}{36}$$

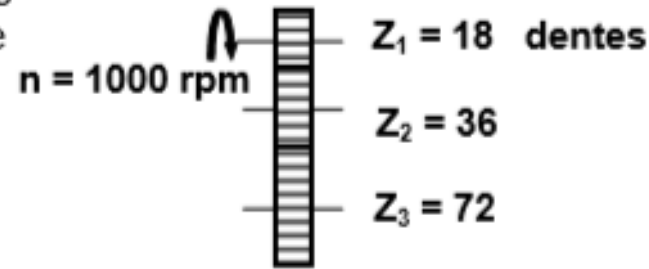
$$n_2 = 500 \text{ rpm}$$

$$n_3 = 500 \cdot \frac{36}{72} \Rightarrow n_3 = 250 \text{ rpm}$$

Situação 1 $\rightarrow n_1 = 1000 \text{ rpm}$ entrada $\rightarrow n_2 = 500 \text{ rpm}$ $\rightarrow n_3 = 250 \text{ rpm}$ saída

Redução

Exercício: a) determinar para o esquema cinemático ao lado, as relações de transmissão e as rotações dos eixos I, II e III.



SITUAÇÃO 2

b) Adotando $Z_1 = 20 \text{ dentes}$,
 $Z_2 = 25 \text{ dentes}$
 $Z_3 = 80 \text{ dentes}$

Analise os resultados obtidos.

$$n_2 = n_1 \cdot \frac{Z_1}{Z_2} = 1000 \cdot \frac{20}{25}$$

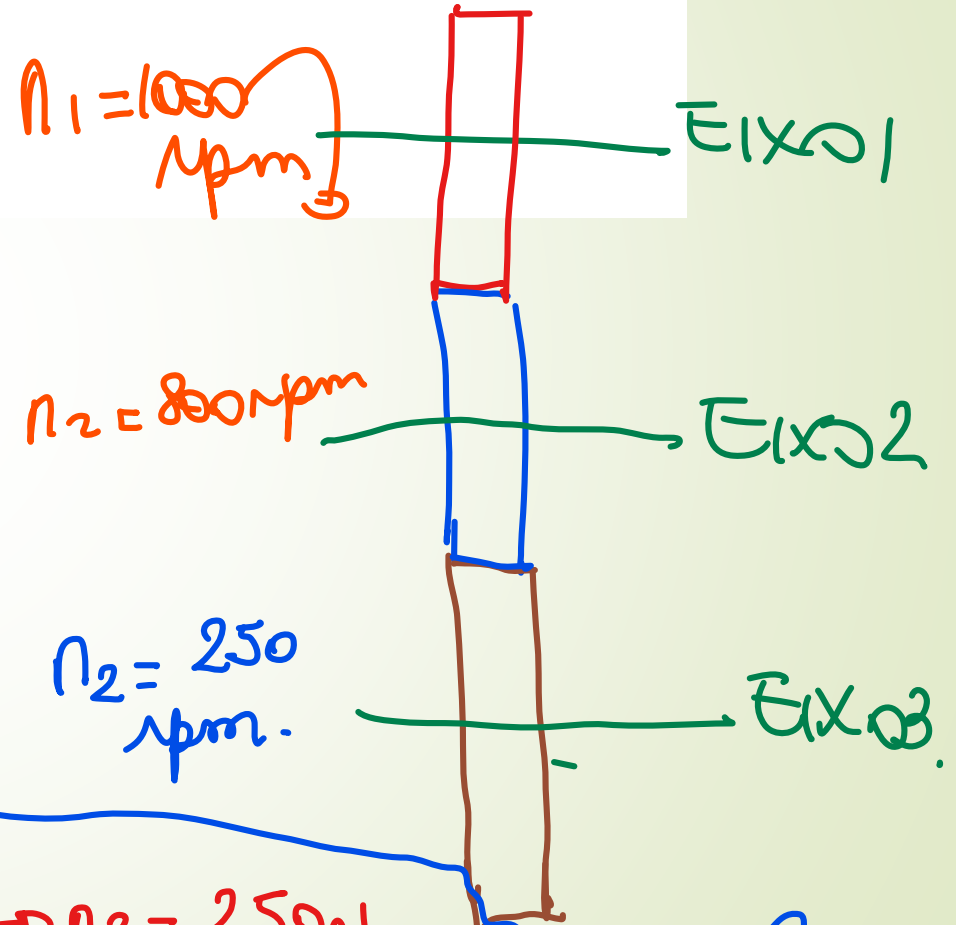
$$n_2 = 800 \text{ rpm}$$

$$n_3 = n_2 \cdot \frac{Z_2}{Z_3} = 800 \cdot \frac{25}{80}$$

$$n_3 = 250 \text{ rpm}$$

$$n_1 = 1000 \text{ rpm} \rightarrow n_2 = 800 \text{ rpm} \rightarrow n_3 = 250 \text{ rpm}$$

entrada Saída



redução